

Chapitre 4 — Les nombres décimaux

I · Partager l'unité

DÉFINITION · Partager l'unité

On partage l'unité en 10 parts égales. Chaque part est **un dixième**, et on l'écrit $\frac{1}{10}$.

On partage un dixième en 10 parts égales. Chaque part est **un centième** : $\frac{1}{100}$.

On partage un centième en 10 parts égales. Chaque part est **un millième** : $\frac{1}{1000}$.

Une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1 000... s'appelle une fraction décimale.

PROPRIÉTÉ · Les liens entre les rangs

Chaque rang vaut dix fois le rang qui est à sa droite.

- 1 unité = **10 dixièmes**
- 1 dixième = **10 centièmes**
- 1 centième = **10 millièmes**

Donc 1 unité = 100 centièmes = **1 000 millièmes**.

II · L'écriture à virgule, et ce qu'est un nombre décimal

CONVENTION · L'écriture à virgule

La virgule sert à marquer où s'arrêtent les unités. Elle se place juste après le chiffre des unités.

$$\frac{1}{10}=0,1 \cdot \frac{1}{100}=0,01 \cdot \frac{1}{1000}=0,001$$

À gauche de la virgule : la **partie entière**. À droite : la **partie décimale**.

Le tableau de numération continue à droite des unités

centaines	dizaines	unités	,	dixièmes	centièmes	millièmes
100	10	1		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
	4	5	,	2	0	7

Le nombre écrit dans la dernière ligne se lit **quarante-cinq unités et deux cent sept millièmes**. On l'écrit 45,207.

DÉFINITION · Un nombre décimal

Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire avec **une fraction décimale**.

Autrement dit : un nombre dont la partie décimale **s'arrête**.

Tous les nombres entiers sont des nombres décimaux : 7 s'écrit $\frac{70}{10}$.

Le chiffre des dixièmes n'est pas le nombre de dixièmes

Dans le nombre 45,207 :

- le **chiffre** des dixièmes est **2** — c'est un seul chiffre, celui qui occupe ce rang ;
- le **nombre** de dixièmes est **452** — ce sont tous les dixièmes contenus dans 45,207.

Pour trouver le **nombre** de dixièmes, on lit tout ce qui est à gauche du rang des dixièmes, ce rang compris.

RÈGLE · Les zéros inutiles

Un zéro placé tout à la fin de la partie décimale ne change pas le nombre : $3,50 = 3,5 = \mathbf{3,500}$.

Un zéro placé **entre la virgule et un autre chiffre** change le nombre : **3,05 n'est pas égal à 3,5**.

Un zéro placé **devant** la partie entière ne change pas le nombre : $07,2 = 7,2$.

III · Le même nombre, plusieurs écritures

Écrire le même nombre de plusieurs façons

Le nombre 2,45 s'écrit de quatre manières.

1. Écriture à virgule : **2,45**

2. Fraction décimale : $\frac{245}{100}$

3. Nombre mixte — un entier plus une fraction inférieure à 1 : $2 + \frac{45}{100}$

4. Somme de fractions décimales : $2 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100}$

Et pour un nombre inférieur à 1, on peut aussi employer un

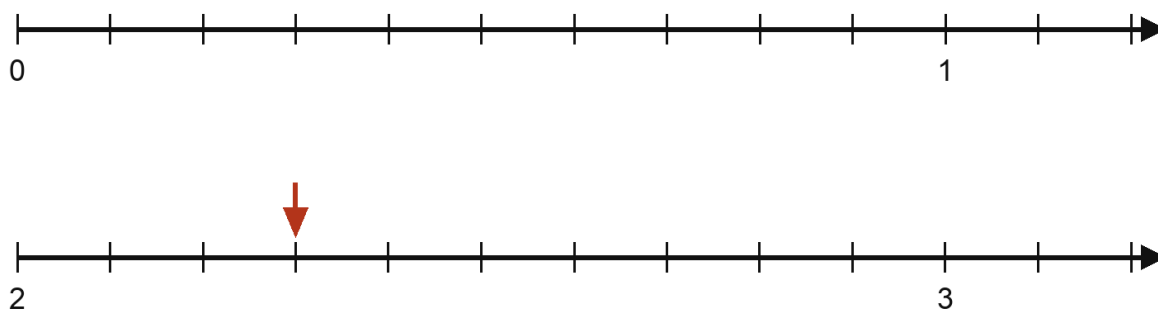
pourcentage : $\frac{45}{100} = 0,45 = 45\%$.

IV · La demi-droite graduée

DÉFINITION · La demi-droite graduée

Sur une demi-droite graduée, chaque point est repéré par un nombre appelé son **abscisse**.

L'origine a pour abscisse **0**. L'unité de longueur est fixée une fois pour toutes.



Placer un nombre décimal sur une graduation

Pour placer 2,3 :

1. Repérer les deux entiers qui l'encadrent : **2 et 3**.
2. Regarder en combien de parts égales l'intervalle est partagé. Si c'est 10, chaque part vaut un dixième.
3. Compter **3** parts à partir de 2.

V · Comparer et ranger

RÈGLE · Comparer deux nombres décimaux

On compare d'abord les parties entières.

Si elles sont différentes, c'est fini : le plus grand nombre est celui dont la partie entière est la plus grande.

Si elles sont égales, on compare les **chiffres des dixièmes**. Puis, s'ils sont égaux, les **chiffres des centièmes**. Et ainsi de suite.

L'ERREUR À ÉVITER · Plus de chiffres ne veut pas dire plus grand

Un élève écrit : « $4,27 > 4,5$, parce que 27 est plus grand que 5. »

C'est faux. On ne compare pas les nombres qui suivent la virgule comme des entiers.

Ici les parties entières sont égales. On compare les chiffres des dixièmes : 2 et 5. Comme $2 < 5$, on a $4,27 < 4,5$.

VI · Encadrer, intercaler, arrondir

DÉFINITION · Encadrer, intercaler

Encadrer un nombre, c'est trouver deux nombres, l'un plus petit, l'autre plus grand.

Encadrement de 17,6 à l'unité : **$17 < 17,6 < 18$** .

Intercaler un nombre entre deux autres, c'est en trouver un compris entre les deux.

Entre 4,2 et 4,3 on peut intercaler **4,25**. Et entre 4,2 et 4,21, on peut encore en trouver un : 4,205. **On peut toujours en trouver un.**

DÉFINITION · La valeur arrondie

La valeur arrondie d'un nombre à l'unité est l'entier le plus proche de ce nombre.

De la même façon on arrondit au dixième — un chiffre après la virgule — et au centième — deux chiffres après la virgule.

Pour 3,538 : arrondi à l'unité **4** · au dixième **3,5** · au centième **3,54**.



La virgule a un inventeur, et un livre

En 1585, Simon Stevin publie « La Disme » pour montrer qu'on peut calculer sur des parts d'unité aussi facilement que sur des entiers. Il n'écrivait pas encore de virgule : il mettait des petits cercles numérotés au-dessus des chiffres pour dire le rang de chacun. La virgule, elle, a mis deux siècles à s'imposer.